

# 多项式插值法绘制发动机万有特性曲线

李小华, 罗福强, 汤 东

(江苏大学汽车与交通工程学院, 镇江 212013)

摘 要: 发动机万有特性可直观的反映发动机在其运行范围内的各项性能参数的变化情况。该文利用多项式插值法绘制发动机万有特性曲线。推导了三次多项式插值公式和三次多项式插值余项, 绘制了发动机万有特性曲线。结果表明三次多项式插值法能精确地反映发动机特性, 并可用该方法绘制发动机等油耗、等排放等特性曲线。为绘制发动机特性曲线, 研究发动机性能提供较好的方法。

关键词: 发动机; 万有特性曲线; 多项式

中图分类号: S219.031

文献标识码: A

文章编号: 1002-6819(2004)05-0138-04

## 0 引言

发动机作为其他工作机械的动力装置, 其万有特性曲线可直观地反映发动机工作范围内的动力性、经济性, 不仅可以为正确地选用发动机提供依据, 还可为适应匹配要求、优化整个动力装置性能提供依据。

传统的作图法制取万有特性工作量大, 同时由于用人工处理这些数据, 还经常会出现数据差错和图形畸变。随着计算机技术的发展, 人们处理发动机特性参数时总结出了很多处理方法, 提高了万有特性曲线制取精度。如利用张量积插值法解决多元数据的曲面拟合问题就得出很多结果; 从一元样条非张量积形式推广到薄板样条能较好光滑曲面<sup>[2,3]</sup>; 利用线性最小二乘法对多维数据进行曲面拟合<sup>[4-6]</sup>, 这些方法最终归结于求解方程组的系数矩阵, 一旦拟合条件增加, 系数矩阵有可能出现病态, 从而导致数据噪声, 干扰对事物特性的正常判断<sup>[7,8]</sup>, 因此处理方法的选取直接影响结果分析; 另外, 神经网络技术发展也为发动机实验数据的处理提供了新的方法, 取得了不错的效果<sup>[9]</sup>。

本文采用三次多项式插值法绘制发动机万有特性曲线。

## 1 三次多项式插值

设在平面坐标系  $n, p_{me}$  (如图 1 所示) 上取 3 点  $(0, 0)$ 、 $(1, 0)$  和  $(1, 1)$ 。

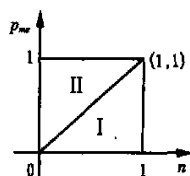


图 1 构造平面

Fig 1 Construction of plane

设已知函数  $b_e(n, p_{me})$  在各点数值为  $b_e(0, 0)$ 、 $b_e(1, 0)$  及  $b_e(1, 1)$ 。其中:  $n$ ——发动机转速;  $p_{me}$ ——平

均有效压力;  $b_e(n, p_{me})$ ——发动机有效燃油消耗率。

为了表达方便, 图中 0 和 1 仅代表  $n$  或  $p_{me}$  的插值区域的始点和终点, 并非实际值。

一次函数  $S(n, p_{me}) = b_e(0, 0)(1 - n) + b_e(1, 0)(n - p_{me}) + b_e(1, 1)p_{me}$  是通过三点  $(0, 0, b_e(0, 0))$ 、 $(1, 0, b_e(1, 0))$  及  $(1, 1, b_e(1, 1))$  的平面。如果将  $(n, p_{me})$  范围限制在顶点为  $(0, 0)$ 、 $(1, 0)$ 、 $(1, 1)$  的直角三角形  $I$  上, 则方程

$$L_1[b_e(n, p_{me})]_I = b_e(0, 0)(1 - n) + b_e(1, 0)(n - p_{me}) + b_e(1, 1)p_{me}, \quad (n, p_{me}) \in I \quad (1)$$

表示为域  $I$  上的一小片三角形平面, 为  $b_e(n, p_{me})$  在  $I$  上的一次插值多项式。以此类推可作出顶点为  $(0, 0)$ 、 $(0, 1)$  和  $(1, 1)$  的三角域  $II$  上过三点  $(0, 0, b_e(0, 0))$ 、 $(0, 1, b_e(0, 1))$  及  $(1, 1, b_e(1, 1))$  的方程为

$$L_1[b_e(n, p_{me})]_{II} = b_e(0, 0)(1 - p_{me}) + b_e(0, 1)(p_{me} - n) + b_e(1, 1)n, \quad (n, p_{me}) \in II \quad (2)$$

这是域  $II$  上的一小片三角形平面, 为  $b_e(n, p_{me})$  在  $II$  上的一次插值多项式。

当  $p_{me} = 0$  时, 式(1)表示连接两点  $(0, 0, b_e(0, 0))$ 、 $(1, 0, b_e(1, 0))$  的直线段

$$L_1[b_e(n, 0)]_I = b_e(0, 0)(1 - n) + b_e(1, 0)n \quad (3)$$

其中:  $0 \leq n \leq 1, p_{me} = 0$

同样, 当  $n = 1$  时, 式(1)表示连接两点  $(1, 0, b_e(1, 0))$ 、 $(1, 1, b_e(1, 1))$  的直线段

$$L_1[b_e(1, p_{me})]_I = b_e(1, 0)(1 - p_{me}) + b_e(1, 1)p_{me} \quad (4)$$

其中:  $0 \leq p_{me} \leq 1, n = 1$

由式(1)和式(2)可以看出, 两式具有对称性, 将式(1)中所有纵、横坐标互换就可得到式(2), 对于高次插值多项式也具有同样的性质。

(1)式可表示为

$$L_1[b_e(n, p_{me})]_I = [b_e(0, 0)(1 - n) + b_e(1, 0)n] + [b_e(1, 0)(1 - p_{me}) + b_e(1, 1)p_{me}] - b_e(1, 0) = L_1[b_e(n, 0)]_{[0,1]} + L_1[b_e(1, p_{me})]_{[0,1]} - b_e(1, 0)$$

其中:  $L_1[b_e(n, 0)]_{[0,1]} = [b_e(0, 0)(1 - n) + b_e(1, 0)n]$ ;  $L_1[b_e(1, p_{me})]_{[0,1]} = [b_e(1, 0)(1 - p_{me}) + b_e(1, 1)p_{me}]$

从而可得域  $I$  上一次插值多项式  $L_1[b_e(n, p_{me})]_I$  对  $b_e(n, p_{me})$  余项为<sup>[10]</sup>

$$L_1[b_e(n, p_{me})]_I - b_e(n, p_{me}) = \{L_1[b_e(n, 0)]_{[0,1]} -$$

收稿日期: 2004-02-06 修订日期: 2004-04-30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50176016)

作者简介: 李小华(1971), 男, 江苏南通人, 博士生, 镇江市 江苏大学汽车与交通工程学院, 212013

$$b_e(n, 0) \} + \{ L_1[b_e(1, p_{me})]_{[0,1]} - b_e(1, p_{me}) \} + \int_1^n \frac{p_{me}}{dn} b_{enp_{me}}(n, p_{me}) dp_{me} \quad (5)$$

其中:  $b_{enp_{me}}(n, p_{me})$  为函数  $b_e(n, p_{me})$  关于  $n$  和  $p_{me}$  的全导数。用  $L_1[b_e(n, p_{me})]_I$  代替  $b_e(n, p_{me})$  时, 可由余项计算出误差的估计数值。

同理, 域 II 上一次插值多项式  $L_1[b_e(n, p_{me})]_{II}$  对  $b_e(n, p_{me})$  余项为

$$L_1[b_e(n, p_{me})]_{II} - b_e(n, p_{me}) = \{ L_1[b_e(n, p_{me})]_{[0,1]} - b_e(n, p_{me}) \} + \{ L_1[b_e(n, 1)]_{[0,1]} - b_e(n, 1) \} + \int_0^{p_{me}} \frac{n}{dp_{me}} b_{enp_{me}}(n, p_{me}) dn \quad (6)$$

其中:  $L_1[b_e(0, p_{me})]_{[0,1]} = b_e(0, 0)(p_{me} - 1) + b_e(0, 1)p_{me}$ ;  $L_1[b_e(n, 1)]_{[0,1]} = b_e(0, 1)(n - 1) + b_e(1, 1)n$ 。

同样, 用  $L_1[b_e(n, p_{me})]_{II}$  代替  $b_e(n, p_{me})$  时, 可由余项计算出误差的估计数值。

由式(1)和式(2)以及式(5)和式(6)可以看出, 不同域上插值多项式及其余项具有对称性。将式(1)、式(5)中所有纵、横坐标互换就可分别得到式(2)、式(6), 对于高次插值多项式也具有同样的性质。因此, 可构造  $b_e(n, p_{me})$  在域 I 及域 II 上的三次插值多项式

$$L_3[b_e(n, p_{me})]_I = L_3[b_e(n, 0)]_{[0,1]} + L_3[b_e(1, p_{me})]_{[0,1]} - b_e(1, 0) + \int_1^n \frac{p_{me}}{dn} L_1[b_{enp_{me}}(n, p_{me})]_I dp_{me} \quad (7)$$

$$L_3[b_e(0, p_{me})]_{II} = L_3[b_e(n, p_{me})]_{[0,1]} + L_3[b_e(n, 1)]_{[0,1]} - b_e(0, 1) + \int_1^{p_{me}} \frac{n}{dp_{me}} L_1[b_{enp_{me}}(n, p_{me})]_{II} dn \quad (8)$$

则域 I 上三次插值多项式  $L_3[b_e(n, p_{me})]_I$  对  $b_e(n, p_{me})$  余项为

$$L_3[b_e(n, p_{me})]_I - b_e(n, p_{me}) = \{ L_3[b_e(n, 0)]_{[0,1]} - b_e(n, 0) \} + \{ L_3[b_e(1, p_{me})]_{[0,1]} - b_e(1, p_{me}) \} + \int_1^n \frac{p_{me}}{dn} \{ L_1[b_{enp_{me}}(n, p_{me})]_I - b_{enp_{me}}(n, p_{me}) \} dp_{me} \quad (9)$$

域 II 上三次插值多项式  $L_3[b_e(n, p_{me})]_{II}$  对  $b_e(n, p_{me})$  余项为

$$L_3[b_e(n, p_{me})]_{II} - b_e(n, p_{me}) = \{ L_3[b_e(0, p_{me})]_{[0,1]} - b_e(0, p_{me}) \} + \{ L_3[b_e(n, 1)]_{[0,1]} - b_e(n, 1) \} + \int_1^{p_{me}} \frac{n}{dp_{me}} \{ L_1[b_{enp_{me}}(n, p_{me})]_{II} - b_{enp_{me}}(n, p_{me}) \} dn \quad (10)$$

其中:  $L_1[b_{enp_{me}}(n, p_{me})]_I$  为  $L_1[b_e(n, p_{me})]_I$  关于  $n$  和  $p_{me}$  的全导数;  $L_1[b_{enp_{me}}(n, p_{me})]_{II}$  为  $L_1[b_e(n, p_{me})]_{II}$  关于  $n$  和  $p_{me}$  的全导数。

由式(9)、式(10)分别可得在域 I 和域 II 上的三次插值多项式误差的计算值。其精度可通过增减插值点数来调整, 插值点越多, 则精度越高, 所得曲面越光滑, 但计算量相应增加, 因此可根据实际需要来确定插值点数目。

依据此方法可得  $b_e(n, p_{me})$  在 I 和 II 上的  $2k - 1$  次插值多项式 ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ), 经实际应用表明, 更高次的多项式插值法精度提高不多, 但计算工作量迅速增加, 本文不再赘述。

## 2 计算实例

图 2 为实验所得柴油机不同转速时的负荷特性图。

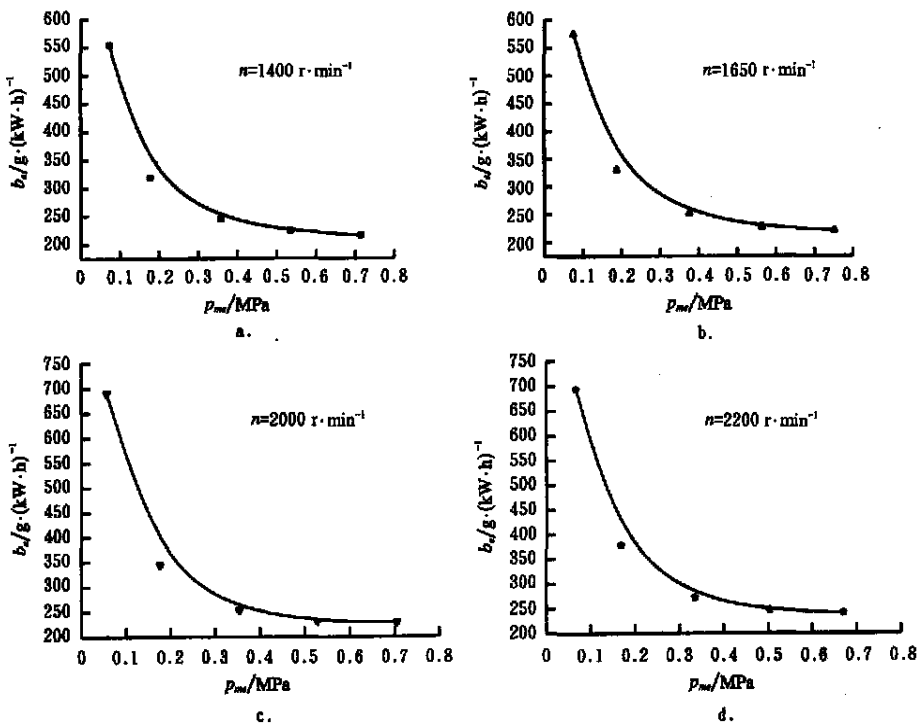


图 2 柴油机负荷特性

Fig 2 Load characteristics of diesel engine

根据式(7)、式(8)对图2中数据点进行插值, 可得到图3所示发动机油耗的空间曲面图。由此取不同油耗值在  $n - p_{me}$  面上投影即可得发动机万有特性曲线(如图4所示)。

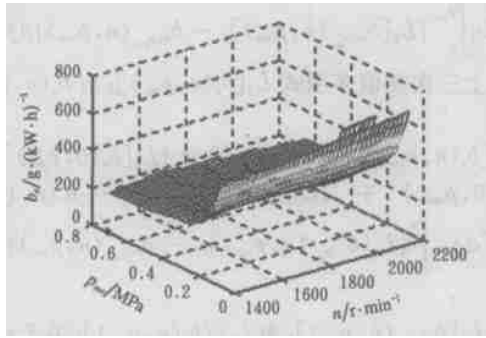


图3 柴油机油耗曲面

Fig 3 Fuel consumption surface of diesel engine

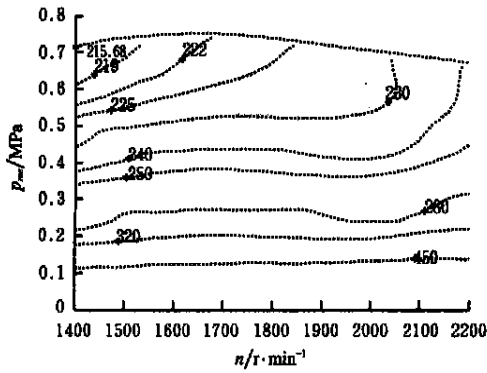


图4 柴油机万有特性曲线

Fig 4 Universal performance characteristics of diesel engine

所得万有特性曲线应该光滑、无奇点, 且计算结果与实验数值误差应小于1%。由图2可知, 发动机最低油耗点与图4所示坐标相同, 均在点(1400 r/min, 0.715 MPa)处; 转速为1400 r/min时, 其余各实验数据与图7所示值的误差小于1%。结果表明, 用三次多项式插值可获得较为理想的发动机万有特性。

该方法还可以用于绘制发动机等排放特性等曲线。根据柴油机负荷特性(转速与测量点同前)NO<sub>x</sub> 排放浓度测量结果, 用该方法绘制了柴油机NO<sub>x</sub> 排放特性曲线, 如图5、图6所示。

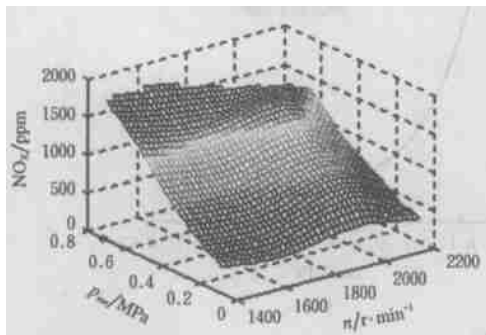


图5 柴油机NO<sub>x</sub> 排放曲面

Fig 5 NO<sub>x</sub> emission surface of diesel engine

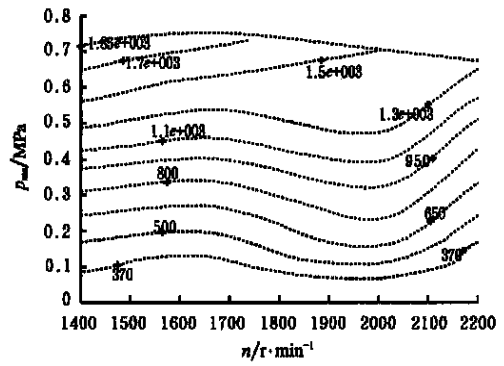


图6 柴油机NO<sub>x</sub> 排放特性曲线

Fig 6 Characteristics of NO<sub>x</sub> emissions of diesel engine

### 3 结论

三次多项式插值法虽然比较繁琐, 计算工作量大, 但只要编好程序, 则可方便迅速绘出发动机万有特性曲线。该方法以实验数据为基本点进行插值, 所得曲线光滑、无奇点, 较为精确地反映了发动机的实际工况。与传统的手工绘图相比, 大大提高了绘图速度, 减少了人为误差; 与其他方法相比, 神经网络拟合函数法需要重新训练网格, 比较繁琐; 从一元样条非张量积形式推广到薄板样条可较好光滑曲面, 但易出现多个极值点; 张量积插值法和线性最小二乘法对多维数据进行曲面拟合最终归结于求解方程组的系数矩阵, 随着拟合条件增加, 系数矩阵有可能会病态, 易产生奇点。因此, 多项式插值法在发动机实验数据处理中有很现实意义, 同样适用于其它类型实验数据的处理, 具有广泛的实用性。

#### [参考文献]

- [1] 周龙保, 刘翼俊, 高宗英, 等. 内燃机学[M]. 北京: 机械工业出版社, 1999.
- [2] 张良, 曹辉, 等. 基于最小二乘法的波面函数拟合[J]. 应用光学, 2001, 2(22): 42- 45.
- [3] Cheng Chilun, Van Ness John. Structural and Functional Model Revisited[A]. In: Van Huffel Sabine. Recent Advance in Total Least Squares Techniques and Errors-in-variables Modeling, SIAM, Proceedings of the Second International Workshop on TLS and EV Modeling[C]. Belgium: 1996, August 21- 24, 37- 50.
- [4] 杜宏. 低信噪比三维数据处理[J]. 中国煤田地质, 1999, 1(11): 66- 67.
- [5] 吴介如, 石仲堃, 等. 空间散乱数据曲面拟合[J]. 1998, 增刊(18): 78- 82.
- [6] 单宝忠, 王淑岩, 等. Zernike 多项式拟合方法及应用[J]. 光学精密工程, 2002, 3(10): 318- 323.
- [7] 程正兴. 数据拟合[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1985, 4- 17.
- [8] 张志勇, 等. 精通MATLAB[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2000, 144- 146.
- [9] 曾利权, 陈晓伟, 等. 用神经网络模拟内燃机万有特性[J]. 内燃机工程, 1997, 1(18): 61- 64.

[10] 熊振翔 插值多项式与插值样条[M] 北京: 国防工业出版社, 1995, 21- 25

## Drawing engine universal performance characteristics map using polynomial interpolation

Li Xiaohua, Luo Fuqiang, Tang Dong

(School of Automobile Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

**Abstract** The changing tendency of the performance of engine in its operational range can be directly showed in the engine characteristics map. An approach to represent universal performance characteristics using cubic polynomial interpolation was examined. The formulation of cubic polynomial interpolation and the remainder of cubic polynomial interpolation were deduced and the engine fuel consumption characteristics map was drawn by this method. Result shows that it can exactly reflect the performance of engine to use cubic polynomial to draw engine fuel consumption characteristics map. This method can also be used to draw the engine emission and other characteristics map. It provides a useful method for drawing the engine performance characteristics map.

**Key words:** engine; universal performance map; polynomial